2017年の振り返り

ari

2017/12/08

1 週間アドベントカレンダーありがとうございました. このアドベントカレンダーで数学カフェのセミナーで話した内容を 5 つ公開しました. これは 2016 年から再開した数学のほとんど総集編のようなものです. アドベントカレンダーの最後になる今回は具体的な数学の話をするのではなく, この 1,2 年間の数学活動の振り返りと目標について書かせていただきたいたいと思います. 完全にポエムですが, こんな人もいるんだなぐらいに思ってくれたら幸いです.

1　背景

私は 2016 年から数学の勉強を再開したのですが，これはには, 理由は二つほどあります. 1 つ目は 2016 年 4 月 30 日にかかれたブログ記事 **31 歳からの大学院進学（数学・修士課程）**に感動したことです. 社会人になってから数学を勉強し，大学院レベルで使えるようにするのは正直大変です. ましてお金を稼がない期間をつくることもリスクです．そこに,『目的意識を持って真剣に取り組んだことは無駄にはならない』とトライしている姿をみて (実際には読んで), 社会人になってからくすぶっていた気持ちが爆発しました. とはいってもこの頃は数学書もそこまでない状態だったので,Web でインテジャーズを眺めたり, 自分の修士論文を読み直したぐらいでまだ本格的に数学の勉強はしていませんでした. 本格的に勉強しはじめたきっかけは 2016 年 7 月 2 日に開催された数学カフェの圏論回です. 社会に出ても数学を勉強をしている人がいる. しかも, 学部 1,2 年では習わない高いレベルの数学をしているという事実に勇気づけられ, 数学の勉強を本格的にはじめました. 今回アドベントカレンダーにあげたものはそうした数学カフェでの発表内容をまとめたものになります.

2　投稿内容の紹介

昨日までの話がどういうものなのか紹介します.

2.1　楕円曲線のヴェイユ予想

数学カフェ圏論回第 2 回の予習回で話しました. もともと s.t. さんに数論について教えて欲しいと言われたことがきっかけでした. なので,s.t. さん相手に軽くセミナーするぐらいを想定していたんですが，いつの間にか 6 時間の長時間セミナーで参加者も 20 人以上という事態になりました. 数年ぶりのセミナーで, 課題も多い内容でしたが, 度胸と数学に対するモチベはあがりました. 内容についても触れておくと, ヴェイユ予想と呼ばれる数論幾何でよく使われるスキームや etale cohomology の背

景となっ大定理を紹介しました. これは一般の代数多様体で成り立つような広い範囲の定理です. しかし内容が深い分一般の場合の証明はかなり難しいものとなります. ただ, 楕円曲線の場合は具体的に元を数えることができ, 簡単に証明することができます. 証明もシンプルにきれいなので, 是非計算して,ζ 関数の零点が具体的に計算できることの面白さを感じてもらいたいところです. ちなみに楕円曲線という仮定のポイントは 1 次元であるため計算が易しいことと Tate Module というきれいなものが定義できることです. 一般の場合は Tate Module の代わりに etale cohomology が必要になります.

2.2 群の表現論入門

数学カフェ第 2 回数理生物回で話した内容です。当初はコドン等の分類と Crystal Base の関係について説明しようとしたのですが、自分の理解も発表時間も (おそらく参加者の知識も) 足りなくて群の表現の定義となぜ表現を考えるかについてまとめ足りなかったことと s.t. さんがアドバンスドな話をするということだったので, 非数学関係の人向けに群の表現の定義となぜ表現を考えるかについてまとめました. スライドなので数学的な厳密さは多少捨てて解釈面を強調して書きました. 発表には入っていませんが，リー群の表現，特に最高ウェイトの話とその量子化についても勉強したので, どこかで時間を取ってリー群やその量子群および Hopf 代数について話したいですね.

2.3 トロピカル幾何

数学カフェトロピカル幾何の回の予習回で話した内容です.p-adic な場合にトロピカル幾何は付値の写像で送った先の図形を調べることだと思えるという話をしました. (付値の定義は実数を使わなくてもできるが，それらはひとまず気にしない.) 写像で送った先で考えて引き戻すというのは自然な発想ではあるものの, 送り先が $\mathbb{R}$ ということもあり, 全く想像したことのない世界でした. ですが, こうした世界に自然とトロピカルな構造が現れるわけですし，p 進の世界も実とも僕が理解割いていないだけでもっと深いつながりがあるのでしょう. こうしたものとものとが実はつながる面白さを味わってくれたらと思います.

2.4 関数解析

数学カフェの蔵本予想回の予習回で話した内容です. 仕事が忙しい中とった 3 日間の夏休みで勉強して話しました. 微分方程式を解くためのモチベーションと p 進関数解析の話をがんばって Intro にねじ込んだのがよい思い出です. 本題のレゾルベントは関数空間という無限次元の世界の対象ですが, 非常に性質がよいもので, ほとんと複素解析的な対象だと思って議論できるという話をしました. ただ具体的を説明するにはどうしてもソボレフ空間やフーリエ変換が必要でそこはいろんな意味で時間が足りず一般論を一部だけ書いて終わ部だけ書いて終わったのが心のこりです. あのあたり勉強すると面白そうだし, また時間を作ってどこかでやりたいものです.

2.5 反復積分

数学カフェの合宿で話した内容です. 反復積分を通して実の世界の幾何とゼータ関数という数論的対象がつながることというお話です. 微分形式を積分してみて, 微分幾何での具体的な計算がいかに

面倒か思い知りました．とはいえ数論とつながる部分を中心に幾何を理解できると視野が広がとと思っているので、継続して勉強してどこかでまた話せたらと思います.

2.6　総括

ふり返ってみると発表内容も本当に幅が広いですね. 僕は数学の本当に狭い世界しか知らないことで, 幾何的解析的にものを解釈できないという強い劣等感があったので、積極的に外れていったためだと思います. 広い範囲を勉強してみて改めて数学は繋がっているなと感じましたし, 幾何は s.t. さん含めいろんな人の話が聞けたので学生の時より感覚がつきました.

3　悩み

勉強を再開して数学の面白さを感じたと同時に今後どう数学に関わっていくか悩む部分もありました．今回はポエムということで，悩んだ部分もいくつか書いておきます.

3.1　仕事への関わり方

今年から機械学習の仕事をしており, 正直学ぶべきことはいくらでもある状態です. そんな状態の中数学ばかりをしており、機械学習に対して 6，7 割の力でしか学んでいないのが現状です。チームとしても個人としても課題があり、もっと機械学習に専念するべきなのかなと思う時があります。実際,Chainer/Tensorflow 等での高速かつ無駄のない実装スキル, 大規模なデータをより早く収集, お客様向けのプレゼン, 毎日出る論文のチェック etcetc 身に着けたいもの、身に着けたくはないが仕事で要求されるものかたくさんある状態です.

3.2　プロの強さと翻っての自分の無力さ

研究者として活躍している人たち，これから研究者を目指し頑張る学生を年単位で見ていると，明らかに数学力自体の向上を感じます．問題の本質的な難しさがどこにあるのかどんどん察せられるようになっていたり，知らない概念にすぐ慣れ親しんだり．一方で彼らと比べると自分は証明は頑張れば追えるけど全く消化できていないことだらけ. かけてる時間も違うし, 比べてもしょうがないとわかってはいてもどうしても比べてしまい, 何度か心をやられました.

3.3　数学の講演

数学カフェは聴講者を制限していないのでに, もちろん僕が話すときも数学科以外の人もいるわけですが，前提知識をどこまで課すかも難しいですし, 自分が伝えたい話まで到達できないのがほとんです. そうすうると有限の時間の中でどうすればより伝わるのだろう，どうしたら面白いと思えるのだろうと悩むものです. だからといってその場でわかった気になることや，見た目的な面白さを優先して自分が勉強して感じた数学の深めることのできる面白さが伝わらないのも嫌だなと思っています. 僕の考えでは, そもそも数学を理解するという行為は自分に新しい概念を定着させることであり、誰から説明されようとも自分で消化しようとしないと難しいものです。この難しい部分をどう

頑張ってわかりやすく説明するか、そして何よりも自分で消化しようとしないと説明だけ聞いてもわからないものだという前提の説明は難しいものでした.

3.4 忘れる

昔勉強したことも最近勉強したことも自分なりに必死に勉強していますが、それでも振り返ってみると 9 割は忘れていることに気づきます．人間なのだからある意味当たり前なんですが、それだけ忘れてしまって, 自分は何か新しいことを学んでいるのだろうか，実は知っていることだけでかわかっていないのではという苦しみに苛まれます．これは今後どう数学を勉強にするかにもつながってくるところで悩ましいと感じています.

もちろんそれでも数学を続けられているのは数学が面白いからです. 一般化を通じ全然関係が見えていない者同士のつながりを感じれた瞬間. 自分のイメージが定式化され，新しいものが切り光られた瞬間全く理解できないけど謎の共通性を表す現象に出会った瞬間そうしたときのワクワクは何ものに代えがたいものです．そして, 今のところはそうした興味が自分の中で圧倒的に勝っているので，数学を続けられています. また, 数学だけではなく数学をしている人の鋭さに魅力を感じているのも事実です. 特に博士以上の人は自分の頭で考える時間が長いからでしょうか問題意識が明確で, 非常に勉強になります.

4 来年の抱負

悩みと感想を書いたところで, 来年はこうした悩みも基に自分なりに目標を設定しました.

4.1 機械学習の実装を週に 10H 以上

今の仕事の課題は明確で, 資料, その他もろもろを作っている時に本当にそれ以外の時間がなく、プログラムを忘れることです. なので. データ整形＋実装にそこまで悩まず, 機械学習的な要素に集中できる段階になるためにもどんな時でもプログラムを書く行為を継続したいと思っています.

4.2 自分の欲求の明確化

原因もよくわからないのですが, なんで知っておくべきことを知らないんだという妙な焦りがあります. 論理的にはあっても無駄だと思っているのですが, なかなか消えません. ただ, これは自分の欲求や性格と繋がっている気がしているので，それを明確にして, ポジティブなこだわりに変えていけたらと思います.

4.3 発表を年に 4 回

面白さを伝えるには自分が一番面白いものを話すのが一番うまくいくと思っています. また，発表すること自体が勉強の効率をあげます. そう考えると, 数学の新しく学んだ部分や好きな部分の説明をどんどん説明し, フィードバックがある環境が最も効率よく勉強になるので, 年に 4 回を目標に何か発表したいものです.

4.4　アウトプット形式の改善

忘れること自体はしょうがないので，すぐに思い出しやすいアウトプットの仕組みを作っていきたいものです. 今のノートだと文字が汚すぎて読み返す気が起きないのと，TeX の作成コストがまだ高いことが問題です. 各人のベストプラクティスを聞いてみたいものですね.

4.5　数論と応用

今年はあまり調べられませんでしたが, 岩澤加群の構造や Stark System に興味があるので，そのあたりでいろいろ計算して考察したいと思っています. 多変数 $\mathbb{Z}_p$ 係数形式的べき級数環でのグレブナー基底相当の定義と計算アルゴリズムとか. 多変数だと pseud-null が強すぎるのでもう少し弱めた形で調べられないかや euler system の幾何的な解釈等やりたいとは前から言いながら何もできていないので、そろそろ毎朝の数学時間でどうにかしようと思っています. また,Python で代数, 幾何, 解析の実装もしたいものです. 積分計算をモンテカルロ法で求めたり, ホモロジー, コホモロジーの計算, 楕円曲線の有理点やイデアル類群等これらを実際に作ることで具体的に消化できると思ので, 是非やりたいと考えています. p 進機械学習も半分冗談ですが，半分本気で考えています. コンピュータの実装を考えても大抵のデータはほんとは有理数の世界で議論すべきだと思いますし，実数だけでなくて p 進もみながら局所大域的な何かでうまくできないかなあと期待しています.

5　まとめ

ながながとお付き合いいただきありがとうございました。この一年, 仕事が忙しすぎて何も出来ない時や数学的にぼこぼこにされてつらい部分もあったりしたものですが, いろんな人や数学の面白さのおかげでなんとか勉強して新しいものを学べたと思っています. それでも, やりたいことはなくならず, どんどん増えていくものですが、うまく集中して一つでも自分のものにしていくつもりです. 後転職相談のってください. それでは来年もよろしくお願いします。